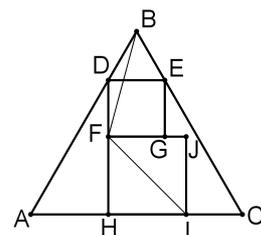


## Олимпиада ОДО 2020

1. Найдите наименьшее составное число, которое не делится ни на одно из натуральных чисел от двух до десяти.

2. Внутри равностороннего треугольника  $ABC$  расположены два квадрата:  $FDEG$  и  $HFJI$  таким образом, что точки  $D, E, H$  и  $I$  расположены на сторонах треугольника, и точки  $D, F$  и  $H$  лежат на одной прямой. Найдите угол  $BFI$ .



3. В ряд выложили несколько апельсинов, мандаринов, яблок и груш. Известно, что рядом с фруктом каждого вида можно найти фрукт любого другого вида. Какое наименьшее количество фруктов могло быть выложено?

4. Делегация некоторой страны на Олимпийских играх будет состоять из спортсменов и чиновников. Средний возраст этих спортсменов на начало олимпиады составит 22 года, а чиновников – 47 лет. При этом средний возраст всех членов делегации окажется равным 41 году. Какова в этой делегации доля чиновников, выраженная в процентах?

5. На шашечной 16-клеточной доске произвольно расставлены шесть шашек. Докажите, что всегда можно указать два таких горизонтальных и два вертикальных ряда, что все шесть шашек стоят в этих рядах.

6. Костя залил клавиатуру ноутбука чаем с медом, и теперь некоторые кнопки не работают. Он начал делать задание по геометрии и выяснил, что в слове ТЕТРАЭДР не пропечаталось 5 букв, в слове ДОДЕКАЭДР – шесть букв, а в слове ИКОСАЭДР – семь букв. А сколько букв не пропечатается в слове ОКТАЭДР?

7. Решите уравнение:

$$\frac{x^2 - 3x}{x^2 - 6x} + \frac{x^2 - 4x}{x^2 - 8x} = 1.$$

8. Выписаны все делители некоторого натурального числа, кроме единицы и его самого. Какие-то два числа из этого списка отличаются в шесть раз. Найдите отношение двух самых больших чисел из этого списка.

9. Лёша построил графики линейных функций  $f(x) = x + 4$  и  $g(x) = -2x + 10$ . Известно, что график  $f(x)$  пересекает ось  $OX$  в точке  $A$ , график  $g(x)$  пересекает ось  $OX$  в точке  $B$ , а друг с другом графики пересекаются в точке  $C$ . Найдите линейную функцию  $h(x)$ , график которой делит треугольник  $ABC$  на два треугольника одинаковой площади.

10. Найдите все целые  $x$  и  $y$ , удовлетворяющие системе:

$$\begin{cases} x^2 - 6x + 8 \leq 0, \\ x^2 - 4x + 4 + y^2 = 5. \end{cases}$$

11. Разрежьте клетчатый прямоугольник  $4 \times 9$  по сторонам клеток на два куска, из которых можно составить квадрат  $6 \times 6$ .

12. В ряд выписали все натуральные числа от 1 до 10000, а затем стерли те из них, которые не делятся ни на 4, ни на 7. Какое число будет стоять на 2020 месте?

13. Лёша и Юра получили за февраль по 20 оценок, причём Лёша получил пятёрок столько же, сколько Юра четвёрок, четвёрок столько же, сколько Юра троек, троек столько же, сколько Юра двоек, и двоек столько же, сколько Юра пятёрок. При этом средний балл за февраль у них одинаковый. Сколько двоек в феврале получил Лёша?

14. Найдите все такие натуральные числа  $B$ , для которых из трёх следующих утверждений два будут верными, а одно – ошибочным:

- $(B + 5)$  является квадратом натурального числа;
- $(B - 37)$  делится без остатка на 10;
- $(B - 84)$  является квадратом натурального числа.

15. Решите неравенство:  $(x^2 + 4x + 10)^2 - 7(x^2 + 4x + 11) + 7 < 0$ .

16. В треугольнике  $ABC$  углы  $B$  и  $C$  равны  $30^\circ$  и  $105^\circ$  соответственно, а  $P$  – середина стороны  $BC$ . Найдите угол  $BAP$ .